

Mines - Ponts MP 2021 Analyse

362. On se ramène à $\min_S f = 0$. Soit $\epsilon > 0$.

* À partir d'un certain rang, $\min_S f_n \geq -\epsilon$ par définition.

Fixons c tel que $f(c) = \min_S f$. On a $f_n(c) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} f(c) = 0$
et $\forall n \in \mathbb{N}, \min_S f_n \leq f_n(c)$
donc * APCR, $\min_S f_n \leq \epsilon$.

Ainsi, $\min_S f_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0$.

* Il n'y a pas de réciproque:

$$f_n : [0,1] \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto x^n \quad \text{et} \quad f_n \xrightarrow{\text{C.V.S}} \mathbb{1}_{\{1\}}$$

donc $f_n \not\xrightarrow{\text{C.V.S}} f$ et $\min f_n = \min f = 0$.